

3 OPERACIONES CON FRACCIONES

Página 71

Con lo que ya sabes, resuelve

Los equipos A y B de 2.º de ESO presentan sus propuestas para la ocupación, en el huerto escolar, de la zona circular destinada a plantas aromáticas (lavanda, romero y tomillo).



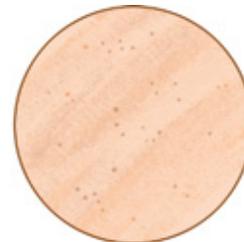
ROMERO



LAVANDA

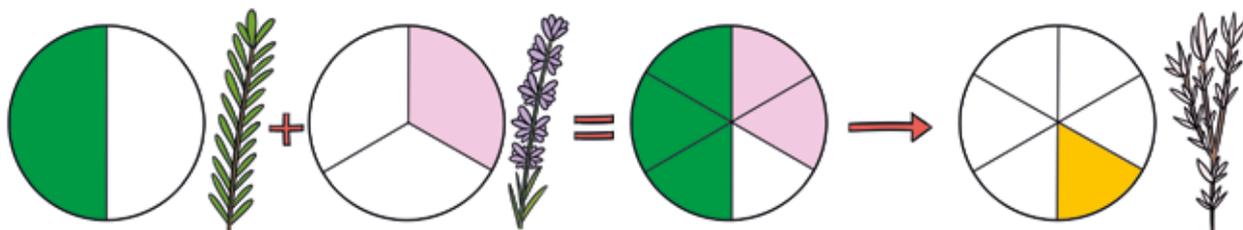


TOMILLO



Equipo A

La mitad para romero, la tercera parte para lavanda y, el resto, para tomillo.



1 ¿Qué fracción del terreno asigna el equipo A al tomillo?

El equipo A asigna $\frac{1}{6}$ del terreno al tomillo.

2 Copia y completa, para la propuesta del equipo A.

$$\text{ROMERO} + \text{LAVANDA} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{\square}{6} + \frac{\square}{6} = \frac{\square}{6}$$

$$\text{TOMILLO} \rightarrow \frac{\square}{6} - \frac{\square}{6} = \frac{\square}{6}$$

$$\text{ROMERO} + \text{LAVANDA} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

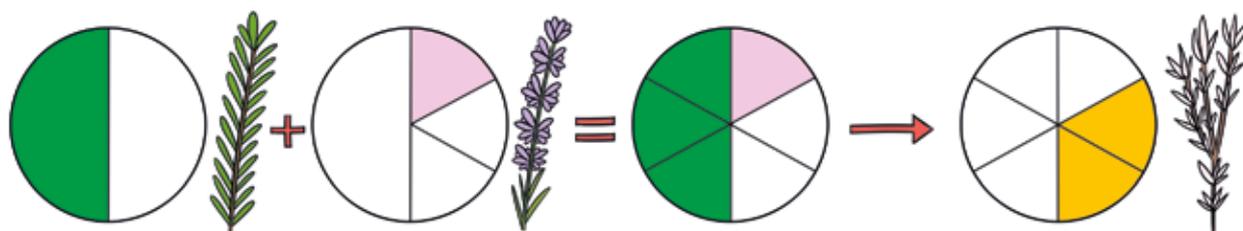
$$\text{TOMILLO} \rightarrow \frac{6}{6} - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$$

3 ¿Qué transformación se ha efectuado en las fracciones para calcular las operaciones del ejercicio anterior?

Las fracciones se han reducido a común denominador (6).

Equipo B

La mitad para romero, la tercera parte de la otra mitad para lavanda y, el resto, para tomillo.



4 ¿Qué fracción del terreno asigna el equipo B al tomillo?

El equipo B asigna $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ al tomillo.

5 Copia y completa, para la propuesta del equipo B.

$$\text{LAVANDA} \rightarrow \frac{1}{3} \text{ de } \frac{1}{2} = \frac{\square}{\square}$$

$$\text{ROMERO} + \text{LAVANDA} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{6} + \frac{\square}{6} = \frac{4}{6}$$

$$\text{TOMILLO} \rightarrow \frac{6}{6} - \frac{\square}{6} = \frac{\square}{6} = \frac{\square}{3}$$

$$\text{LAVANDA} \rightarrow \frac{1}{3} \text{ de } \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

$$\text{ROMERO} + \text{LAVANDA} \rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$$

$$\text{TOMILLO} \rightarrow \frac{6}{6} - \frac{4}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

6 Sabiendo que el equipo A destina al tomillo una superficie de 2,5 metros cuadrados:

a) ¿Qué superficie dedica a esa misma planta el equipo B?

b) ¿Cuál es la superficie total de la zona circular destinada a plantas aromáticas?

a) El equipo B dedica al tomillo $2,5 \cdot 2 = 5 \text{ m}^2$.

b) La superficie total de la rotonda es de $2,5 \cdot 6 = 15 \text{ m}^2$.

1 ▶ SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

Página 73

Para fijar ideas

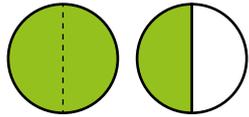
1 Observa, calcula mentalmente y contesta con una fracción.

a) $1 - \frac{1}{3}$



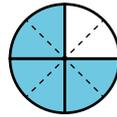
a) $\frac{2}{3}$

b) $1 + \frac{1}{2}$



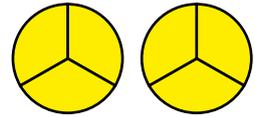
b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$



c) $\frac{5}{8}$

d) $2 - \frac{2}{3}$



d) $\frac{4}{3}$

2 Copia y completa reduciendo a denominador común 30.

a) $\frac{3}{10} + \frac{7}{15} = \frac{3 \cdot \square}{10 \cdot 3} + \frac{7 \cdot \square}{15 \cdot 2} = \frac{\square}{30} + \frac{\square}{30} = \frac{\square}{30}$

b) $\frac{5}{6} - \frac{4}{5} = \frac{5 \cdot \square}{6 \cdot 5} - \frac{4 \cdot \square}{5 \cdot \square} = \frac{\square}{30} - \frac{\square}{30} = \frac{\square}{30}$

c) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot \square}{2 \cdot \square} - \frac{2 \cdot \square}{3 \cdot \square} + \frac{3 \cdot \square}{5 \cdot \square} = \frac{\square}{30} - \frac{\square}{30} + \frac{\square}{30} = \frac{\square}{30}$

a) $\frac{3}{10} + \frac{7}{15} = \frac{3 \cdot 3}{10 \cdot 3} + \frac{7 \cdot 2}{15 \cdot 2} = \frac{9}{30} + \frac{14}{30} = \frac{23}{30}$

b) $\frac{5}{6} - \frac{4}{5} = \frac{5 \cdot 5}{6 \cdot 5} - \frac{4 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{25}{30} - \frac{24}{30} = \frac{1}{30}$

c) $\frac{1}{2} - \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{1 \cdot 15}{2 \cdot 15} - \frac{2 \cdot 10}{3 \cdot 10} + \frac{3 \cdot 6}{5 \cdot 6} = \frac{15}{30} - \frac{20}{30} + \frac{18}{30} = \frac{13}{30}$

3 Asocia cada pregunta con las expresiones de la derecha y calcula el resultado correspondiente. Según las estadísticas, en el barrio de Marta los tres quintos de la población escolar está en Infantil o Primaria, un tercio en Secundaria y el resto en Bachillerato.

I $1 - \frac{3}{5}$

II $\frac{3}{5} + \frac{1}{3}$

III $\frac{3}{5} - \frac{15}{100}$

IV $1 - \left[\frac{3}{5} + \frac{1}{3} \right]$

a) ¿Qué fracción representa las etapas de Infantil, Primaria y Secundaria?

b) ¿Qué fracción representan Secundaria y Bachillerato?

c) ¿Qué fracción cursa Bachillerato?

d) Sabiendo que los de Infantil suponen el 15%, ¿qué fracción supone Primaria?

a) $\frac{3}{5} + \frac{1}{3} = \frac{9+5}{15} = \frac{14}{15}$

b) $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$

c) $1 - \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{3} \right) = 1 - \frac{14}{15} = \frac{1}{15}$

d) $\frac{3}{5} - \frac{15}{100} = \frac{60-15}{100} = \frac{45}{100} = \frac{9}{20}$

Para practicar

1 Copia y completa en tu cuaderno.

$$a) \frac{2}{7} - \frac{2}{\square} = 0$$

$$b) \frac{3}{4} + \frac{\square}{4} = 0$$

$$c) \frac{1}{6} + \frac{1}{\square} = 0$$

$$d) \frac{5}{8} - \frac{-5}{\square} = 0$$

$$a) \frac{2}{7} - \frac{2}{7} = 0$$

$$b) \frac{3}{4} + \frac{-3}{4} = 0$$

$$c) \frac{1}{6} + \frac{1}{-6} = 0$$

$$d) \frac{5}{8} - \frac{-5}{-8} = 0$$

2 Opera y simplifica.

$$a) \frac{7}{6} + \frac{7}{12}$$

$$b) \frac{1}{5} + \frac{3}{10}$$

$$c) \frac{2}{7} - \frac{11}{14}$$

$$d) \frac{1}{6} - \frac{1}{14}$$

$$e) \frac{7}{15} - \frac{3}{10}$$

$$f) \frac{7}{20} - \frac{4}{15}$$

$$a) \frac{14}{12} + \frac{7}{12} = \frac{21}{12} = \frac{7}{4}$$

$$b) \frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

$$c) \frac{4}{14} - \frac{11}{14} = -\frac{7}{14} = -\frac{1}{2}$$

$$d) \frac{7}{42} - \frac{3}{42} = \frac{4}{42} = \frac{2}{21}$$

$$e) \frac{14}{30} - \frac{9}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

$$f) \frac{21}{60} - \frac{16}{60} = \frac{5}{60} = \frac{1}{12}$$

3 Calcula, reduciendo al común denominador que se indica.

$$a) \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \rightarrow \text{Denominador común: 8}$$

$$b) 1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \rightarrow \text{Denominador común: 6}$$

$$c) \frac{7}{9} - \frac{4}{15} - \frac{1}{5} \rightarrow \text{Denominador común: 45}$$

$$a) \frac{4}{8} - \frac{2}{8} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

$$b) \frac{6}{6} + \frac{3}{6} - \frac{2}{6} = \frac{7}{6}$$

$$c) \frac{35}{45} - \frac{12}{45} - \frac{9}{45} = \frac{14}{45}$$

4 Calcula y simplifica los resultados.

$$a) \frac{4}{9} + \frac{5}{6} - \frac{7}{18}$$

$$b) \frac{3}{7} - \frac{2}{5} + \frac{27}{35}$$

$$c) \frac{5}{6} - \frac{1}{10} - \frac{1}{5}$$

$$d) \frac{13}{12} - \frac{5}{8} - \frac{5}{6}$$

$$a) \frac{8}{18} + \frac{15}{18} - \frac{7}{18} = \frac{16}{18} = \frac{8}{9}$$

$$b) \frac{15}{35} - \frac{14}{35} + \frac{27}{35} = \frac{28}{35} = \frac{4}{5}$$

$$c) \frac{25}{30} - \frac{3}{30} - \frac{6}{30} = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

$$d) \frac{26}{24} - \frac{15}{24} - \frac{20}{24} = -\frac{9}{24} = -\frac{3}{8}$$

5 Quita paréntesis y calcula.

$$a) 1 - \left(\frac{1}{4} + \frac{2}{3} \right)$$

$$b) \frac{3}{5} + \left(\frac{1}{6} - \frac{2}{3} \right)$$

$$c) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) - \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{6} \right)$$

$$d) \left(1 - \frac{1}{7} \right) - \left(\frac{9}{14} - \frac{1}{2} \right)$$

$$a) 1 - \frac{1}{4} - \frac{2}{3} = \frac{12 - 3 - 8}{12} = \frac{1}{12}$$

$$b) \frac{3}{5} + \frac{1}{6} - \frac{2}{3} = \frac{18 + 5 - 20}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

$$c) \frac{15 + 10 - 6 - 5}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

$$d) \frac{14 - 2 - 9 + 7}{14} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7}$$

6 Resuelve de dos formas:

- Quitando, primero, los paréntesis.
- Operando, primero, dentro de cada paréntesis.

a) $\left(1 - \frac{1}{4}\right) - \left(1 - \frac{5}{9}\right) - \left(1 - \frac{5}{6}\right)$

b) $\left(1 - \frac{2}{3}\right) - \left(\frac{4}{5} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{7}{15}\right)$

a) $1 - \frac{1}{4} - 1 + \frac{5}{9} - 1 + \frac{5}{6} = \frac{36 - 9 - 36 + 20 - 36 + 30}{36} = \frac{5}{36}$

$\frac{4-1}{4} - \frac{9-5}{9} - \frac{6-5}{6} = \frac{3}{4} - \frac{4}{9} - \frac{1}{6} = \frac{27-16-6}{36} = \frac{5}{36}$

b) $1 - \frac{2}{3} - \frac{4}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{7}{15} = \frac{15 - 10 - 12 + 5 + 3 - 7}{15} = -\frac{6}{15} = -\frac{2}{5}$

$\frac{3-2}{3} - \frac{12-5}{15} + \frac{3-7}{15} = \frac{1}{3} - \frac{7}{15} + \frac{-4}{15} = \frac{5-7-4}{15} = -\frac{6}{15} = -\frac{2}{5}$

7 Según un estudio de pediatría, un bebé duerme, en sus primeros 12 meses, una de cada cincuenta de las horas que dormirá a lo largo de toda su vida, y, en los siguientes cuatro años, dos de cada 25. ¿Qué fracción del total de horas de sueño gastamos durante los cinco primeros años de vida?

$$\frac{1}{50} + \frac{2}{25} = \frac{1}{50} + \frac{4}{50} = \frac{5}{50} = \frac{1}{10}$$

Durante los cinco primeros años de vida, gastamos una de cada diez de las horas de sueño de nuestra vida.

2 ▶ MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

Página 75

Para fijar ideas

1 Copia y completa.

$$a) \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot \square} = \frac{2}{\square}$$

$$b) \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6} = \frac{4 \cdot 7}{\square \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$$

$$c) 3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{\square \cdot 7} = \frac{3 \cdot \square}{7} = \frac{\square}{7}$$

$$d) \frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot \square} = \frac{14}{\square}$$

$$e) \frac{5}{4} : \frac{3}{2} = \frac{5 \cdot \square}{\square \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$$

$$f) \frac{11}{2} : 5 = \frac{11}{2} : \frac{5}{\square} = \frac{11}{2 \cdot \square} = \frac{\square}{\square}$$

$$a) \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{1 \cdot 2}{5 \cdot 3} = \frac{2}{15}$$

$$b) \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{6} = \frac{4 \cdot 7}{5 \cdot 6} = \frac{28}{30} = \frac{14}{15}$$

$$c) 3 \cdot \frac{2}{7} = \frac{3 \cdot 2}{1 \cdot 7} = \frac{3 \cdot 2}{7} = \frac{6}{7}$$

$$d) \frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 7}{3 \cdot 5} = \frac{14}{15}$$

$$e) \frac{5}{4} : \frac{3}{2} = \frac{5 \cdot 2}{4 \cdot 3} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

$$f) \frac{11}{2} : 5 = \frac{11}{2} : \frac{5}{1} = \frac{11}{2 \cdot 5} = \frac{11}{10}$$

2 Copia, completa y compara los resultados en cada apartado.

$$a) \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{\square}{\square}$$

$$b) \left(\frac{1}{2} : \frac{1}{3}\right) : \frac{1}{5} = \frac{3}{2} : \frac{1}{5} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{15} = \frac{\square}{\square}$$

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{3} : \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{2} : \frac{5}{3} = \frac{\square}{\square}$$

$$a) \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}\right) \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{30}$$

$$b) \left(\frac{1}{2} : \frac{1}{3}\right) : \frac{1}{5} = \frac{3}{2} : \frac{1}{5} = \frac{15}{2}$$

$$\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{15} = \frac{1}{30}$$

$$\frac{1}{2} : \left(\frac{1}{3} : \frac{1}{5}\right) = \frac{1}{2} : \frac{5}{3} = \frac{3}{10}$$

- Los resultados son iguales en a) pero no en b).
- La multiplicación de fracciones tiene la propiedad asociativa, pero no la tiene la división de fracciones.

3 Asocia cada pregunta con dos expresiones de la derecha y calcula el resultado correspondiente.

a) ¿Cuántas bolsas de cuarto de kilo se llenan con siete kilos y medio de café?

I $\left(7 + \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{4}$ **II** $2 \cdot \frac{1}{15} \cdot 5$

b) Marta compró la tercera parte de un queso y ha consumido la quinta parte de lo que compró. ¿Qué fracción de queso ha consumido?

III $\frac{2}{15} \cdot 5$ **IV** $\frac{1}{3} : 5$

c) En la fiesta de cumpleaños se partió la tarta en 15 trozos y cada uno de los cinco invitados comió dos trozos. ¿Qué fracción de tarta comieron entre todos?

V $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$ **VI** $\left(7 + \frac{1}{2}\right) \cdot 4$

a) I y VI. El resultado es 30.

b) IV y V. El resultado es $\frac{1}{15}$.

c) II y III. El resultado es $\frac{2}{3}$.

Para practicar

1 Multiplica y, si es posible, simplifica el resultado.

a) $\frac{3}{4} \cdot 8$

b) $\frac{5}{3} \cdot (-12)$

c) $\left(-\frac{1}{6}\right) \cdot (-18)$

d) $\frac{2}{9} \cdot \frac{9}{2}$

e) $\frac{(-3)}{5} \cdot \frac{(-5)}{3}$

f) $\frac{13}{21} \cdot \frac{7}{13}$

g) $\frac{4}{5} \cdot \frac{15}{2}$

h) $\frac{4}{5} \cdot \left(-\frac{10}{3}\right)$

i) $\left(-\frac{7}{9}\right) \cdot \left(-\frac{18}{35}\right)$

a) $\frac{3}{4} \cdot 8 = \frac{24}{4} = 6$

b) $\frac{5}{3} \cdot (-12) = -\frac{60}{3} = -20$

c) $\left(-\frac{1}{6}\right) \cdot (-18) = \frac{18}{6} = 3$

d) $\frac{18}{18} = 1$

e) $\frac{15}{15} = 1$

f) $\frac{7}{21} = \frac{1}{3}$

g) $\frac{4 \cdot 15}{5 \cdot 2} = 6$

h) $-\frac{4 \cdot 10}{5 \cdot 3} = -\frac{8}{3}$

i) $\frac{7 \cdot 18}{9 \cdot 35} = \frac{2}{5}$

2 Divide.

a) $4 : \frac{1}{3}$

b) $\frac{3}{5} : 2$

c) $\frac{3}{5} : \frac{8}{7}$

d) $\frac{1}{7} : \frac{1}{2}$

e) $\frac{2}{3} : \left(-\frac{1}{7}\right)$

f) $\left(-\frac{1}{5}\right) : \left(-\frac{3}{4}\right)$

g) $\frac{2}{7} : \frac{3}{4}$

h) $\frac{2}{11} : \left(-\frac{3}{7}\right)$

i) $\frac{(-3)}{5} : \frac{2}{(-3)}$

a) 12

b) $\frac{3}{10}$

c) $\frac{21}{40}$

d) $\frac{2}{7}$

e) $-\frac{14}{3}$

f) $\frac{4}{15}$

g) $\frac{8}{21}$

h) $-\frac{14}{33}$

i) $\frac{9}{10}$

3 Divide y simplifica los resultados.

a) $6 : \frac{3}{5}$

b) $\frac{4}{7} : (-2)$

c) $(-10) : \frac{(-5)}{6}$

d) $\frac{1}{3} : \frac{1}{3}$

e) $\frac{3}{4} : \frac{(-3)}{4}$

f) $\frac{5}{9} : \frac{2}{(-3)}$

g) $\frac{4}{21} : \frac{6}{7}$

h) $\left(-\frac{6}{35}\right) : \frac{3}{5}$

i) $\left(-\frac{1}{10}\right) : \frac{3}{(-8)}$

a) $\frac{30}{3} = 10$

b) $-\frac{4}{14} = -\frac{2}{7}$

c) $\frac{60}{5} = 12$

d) $\frac{3}{3} = 1$

e) $-\frac{12}{12} = -1$

f) $-\frac{15}{18} = -\frac{5}{6}$

g) $\frac{28}{126} = \frac{2}{9}$

h) $-\frac{6 \cdot 5}{35 \cdot 3} = -\frac{2}{7}$

i) $\frac{8}{30} = \frac{4}{15}$

4 a) $\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{3}\right)$

b) $\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{3}$

Ejercicio resuelto.

5 Calcula y compara los resultados de cada apartado.

a) $\frac{5}{2} \cdot \frac{2}{5} - \frac{3}{10}$

$$\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{10} \right)$$

a) $\frac{5 \cdot 2}{2 \cdot 5} - \frac{3}{10} = \frac{10 - 3}{10} = \frac{7}{10}$

$$\frac{5}{2} \cdot \left(\frac{4 - 3}{10} \right) = \frac{5}{2} \cdot \frac{1}{10} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

b) $\frac{15}{4} \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{5}$

$$\frac{15}{4} \cdot \left(\frac{1}{3} - \frac{2}{5} \right)$$

b) $\frac{15}{12} - \frac{2}{5} = \frac{75 - 24}{60} = \frac{51}{60} = \frac{17}{20}$

$$\frac{15}{4} \cdot \frac{(-1)}{15} = \frac{-15}{4 \cdot 15} = -\frac{1}{4}$$

La situación de los paréntesis afecta al resultado.

6 Opera.

a) $\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{5} \right) \cdot 20$

c) $\frac{2}{7} \cdot \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{6} \right)$

a) $\left(\frac{15 - 4}{20} \right) \cdot 20 = 11$

c) $\frac{2}{7} \cdot \left(\frac{4 - 1}{6} \right) = \frac{2}{7} \cdot \frac{3}{6} = \frac{1}{7}$

b) $\left(\frac{3}{5} - \frac{1}{4} \right) : 7$

d) $\frac{3}{21} : \left(\frac{4}{7} - \frac{1}{3} \right)$

b) $\left(\frac{12 - 5}{20} \right) : 7 = \frac{7}{20} : 7 = \frac{1}{20}$

d) $\frac{3}{21} : \left(\frac{12 - 7}{21} \right) = \frac{3}{21} : \frac{5}{21} = \frac{3}{5}$

7 Calcula.

a) $\frac{2}{5} - \frac{3}{4} \cdot \left(\frac{7}{10} - \frac{1}{2} \right)$

b) $\frac{4}{3} \cdot \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{4} \right) - \left(\frac{2}{3} - \frac{4}{7} \right) : \frac{5}{28}$

c) $\left(\frac{3}{4} - \frac{7}{8} \right) \cdot \left[\frac{5}{3} : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{4} \right) \right]$

a) $\frac{2}{5} - \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{10} = \frac{2}{5} - \frac{3}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

b) $\frac{4}{3} \cdot \frac{13}{20} - \frac{2}{21} : \frac{5}{28} = \frac{13}{15} - \frac{8}{15} = \frac{1}{3}$

c) $-\frac{1}{8} \cdot \left[\frac{5}{3} : \frac{5}{12} \right] = -\frac{1}{8} \cdot 4 = -\frac{1}{2}$

3 ► PROBLEMAS CON FRACCIONES

Página 79

Para practicar

1 Calcula y contesta.

- a) Roberto ha necesitado 100 pasos para avanzar 80 metros. ¿Qué fracción de metro recorre en cada paso?



- b) Una liebre ha recorrido 40 metros en 25 saltos. ¿Qué fracción de metro avanza en cada salto?

a) En cada paso recorre $\frac{80}{100} = \frac{4}{5}$ de metro.

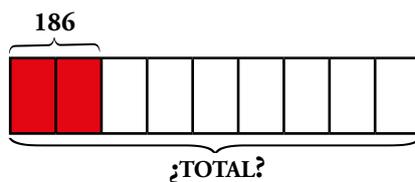
b) En cada salto avanza $\frac{40}{25} = \frac{8}{5}$ de metro.

2 Un colegio tiene matriculados 837 estudiantes, de los cuales $\frac{2}{9}$ están en primer ciclo de ESO. ¿Cuántos estudiantes hay en primer ciclo de ESO?

$$\frac{2}{9} \text{ de } 837 = \frac{2 \cdot 837}{9} = 186$$

En primer ciclo de ESO hay 186 estudiantes.

3 Un colegio tiene matriculados 186 estudiantes en primer ciclo de ESO, lo que supone los $\frac{2}{9}$ del total. ¿Cuántos estudiantes son en total?



$$186 \text{ son } \frac{2}{9} \text{ del total} \rightarrow \frac{1}{9} \text{ del total son } 186 : 2 = 93$$

$$\text{En total son } \frac{9}{9} \rightarrow 9 \cdot \frac{1}{9} = 9 \cdot 93 = 837 \text{ estudiantes.}$$

4 Una tienda de confección puso a la venta, la semana pasada, una partida de vestidos de señora. Ha vendido ya las dos quintas partes y aún le quedan 60 unidades. ¿Cuántos vestidos ha vendido?

Ha vendido $\frac{2}{5} \rightarrow$ le quedan $\frac{3}{5}$ que son 60 unidades $\rightarrow \frac{1}{5}$ son $60 : 3 = 20$, y los $\frac{2}{5}$ que ha vendido son $2 \cdot 20 = 40$ vestidos.

5 En un hotel, la mitad de las habitaciones están en el primer piso; la tercera parte, en el segundo piso, y el resto, en el ático, que tiene diez habitaciones.

a) ¿Qué fracción del total de las habitaciones está en el ático?

b) ¿Cuántas habitaciones hay en total?

c) ¿Y en cada piso?

Pisos 1.º y 2.º $\rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$	Ático $\frac{\square}{\square}$
---	---------------------------------

a) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$

$1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{1}{6}$ del total = 10 $6 \cdot 10 = 60$

$\frac{1}{6}$ de las habitaciones están en el ático.

Hay 60 habitaciones en total.

c) $\frac{1}{2} \cdot 60 = 30$

$\frac{1}{3} \cdot 60 = 20$

En el primer piso hay 30 habitación y en el segundo piso, 20 habitaciones.

6 En una residencia, la mitad de los ancianos y de las ancianas ha dormido hoy más de una hora de siesta, y tres de cada ocho, una siesta de menos de una hora. Los 12 restantes no se han echado la siesta.

a) ¿Qué fracción de los residentes no se ha echado la siesta?

b) ¿Cuántos son los residentes?

a) $\frac{1}{2} + \frac{3}{8} = \frac{4+3}{8} = \frac{7}{8}$

$1 - \frac{7}{8} = \frac{1}{8}$

Uno de cada ocho residentes no se ha echado la siesta.

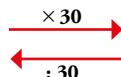
b) $\frac{1}{8}$ del total de residentes = 12 $\rightarrow 12 \cdot 8 = 96$

Los residentes son 96.

7 Lee, observa y contesta.

Un bote de suavizante contiene 30 dosis que se administran con su propio tapón.

TAPÓN = DOSIS



a) ¿Cuál es la capacidad del bote si la del tapón es de $\frac{3}{40}$ de litro?

b) ¿Cuál es la capacidad del tapón si la del bote es de dos litros y un cuarto?

a) $\frac{3}{40} \cdot 30 = \frac{9}{4}$

La capacidad del bote es $\frac{9}{4}$, es decir, 2 litros y un cuarto.

b) $\left(2 + \frac{1}{4}\right) : 30 = \frac{9}{4} : 30 = \frac{9}{4 \cdot 30} = \frac{3}{40}$

La capacidad del tapón es $\frac{3}{40}$ de litro.

8 Un bote de suavizante de dos litros y un cuarto lleva un tapón dosificador con una capacidad de $\frac{3}{40}$ de litro. ¿Cuántas dosis contiene el bote?

$$2 \text{ litros y cuarto} = 2 + \frac{1}{4} = \frac{9}{4} \text{ L} \rightarrow \text{El bote contiene } \frac{9}{4} : \frac{3}{40} = \frac{9 \cdot 40}{4 \cdot 3} = 30 \text{ dosis.}$$

9 ¿Cuántos litros de aceite son necesarios para llenar 300 botellas de tres cuartos de litro?

$$300 \cdot \frac{3}{4} = \frac{900}{4} = 225. \text{ Se necesitan 225 litros.}$$

10 ¿Cuántas botellas de vino de tres cuartos de litro se llenan con un tonel de 1 800 litros?

$$\text{Se llenan } 1\ 800 : \frac{3}{4} = \frac{1\ 800 \cdot 4}{3} = 2\ 400 \text{ botellas.}$$

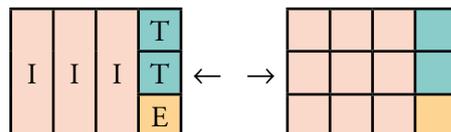
11 Un embalse está lleno a principios de verano. En julio pierde $\frac{3}{7}$ de su contenido, y en agosto, $\frac{3}{4}$ de lo que le quedaba. ¿Qué fracción conserva aún a principios de septiembre?



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Julio} \rightarrow \frac{3}{7} \\ \text{Quedan} \rightarrow \frac{4}{7} \left\{ \begin{array}{l} \text{Agosto} \rightarrow \frac{3}{4} \text{ de } \frac{4}{7} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7} \\ \text{Queda} \rightarrow \frac{1}{4} \text{ de } \frac{4}{7} = \frac{1}{7} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

La fracción que conserva a principios de septiembre es $\frac{1}{7}$.

12 Los $\frac{3}{4}$ de los empleados de una empresa tienen contrato indefinido; $\frac{2}{3}$ del resto tienen contrato temporal, y los demás son eventuales.



a) ¿Qué fracción suponen los eventuales?

b) Sabiendo que hay 45 fijos, ¿cuántos son eventuales y cuántos tienen contrato temporal?

$$\text{a) } \left\{ \begin{array}{l} \text{Indefinido} \rightarrow \frac{3}{4} \\ \text{Quedan} \rightarrow \frac{1}{4} \left\{ \begin{array}{l} \text{Temporal} \rightarrow \frac{2}{3} \text{ de } \frac{1}{4} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6} \\ \text{Quedan (Eventuales)} \rightarrow \frac{1}{3} \text{ de } \frac{1}{4} = \frac{1}{12} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

La fracción de eventuales es $\frac{1}{12}$.

$$\text{b) } \frac{3}{4} \text{ del total} = 45 \rightarrow \frac{45 \cdot 4}{3} = 60$$

En total hay 60 trabajadores, entonces:

$$\frac{1}{6} \text{ de } 60 = 10 \quad \frac{1}{12} \text{ de } 60 = 5$$

Hay 5 trabajadores eventuales y 10 trabajadores temporales.

4 ► POTENCIAS Y FRACCIONES

Página 81

Para fijar ideas

1 Copia, reduce y calcula.

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1^4}{2^4} = \frac{\square}{\square}$$

$$b) \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{\square}{\square}$$

$$c) \left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{1^3}{10^3} = \frac{\square}{\square}$$

$$d) \frac{15^3}{5^3} = \left(\frac{15}{5}\right)^3 = \square^3 = \square$$

$$e) \frac{8^4}{16^4} = \left(\frac{8}{16}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{\square}$$

$$f) \frac{10^2}{15^2} = \left(\frac{10}{15}\right)^2 = \left(\frac{\square}{3}\right)^2 = \frac{\square}{\square}$$

$$a) \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1^4}{2^4} = \frac{1}{16}$$

$$b) \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$$

$$c) \left(\frac{1}{10}\right)^3 = \frac{1^3}{10^3} = \frac{1}{1000}$$

$$d) \frac{15^3}{5^3} = \left(\frac{15}{5}\right)^3 = 3^3 = 27$$

$$e) \frac{8^4}{16^4} = \left(\frac{8}{16}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$$

$$f) \frac{10^2}{15^2} = \left(\frac{10}{15}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

2 Copia, reduce y calcula.

$$a) \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 8^3 = \left(\frac{1}{4} \cdot 8\right)^3 = \left(\frac{\square}{4}\right)^3 = \square^3 = \square$$

$$b) \left(\frac{5}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^3 = \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{10}\right)^3 = \left(\frac{15}{30}\right)^3 = \left(\frac{\square}{2}\right)^3 = \frac{\square}{\square}$$

$$c) 5^3 : \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \left(5 : \frac{5}{4}\right)^3 = \left(\frac{\square}{5}\right)^3 = \square^3 = \square$$

$$d) \left(\frac{1}{6}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{6} : \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{6}\right)^2 = \left(\frac{\square}{2}\right)^2 = \frac{\square}{\square}$$

$$a) \left(\frac{1}{4}\right)^3 \cdot 8^3 = \left(\frac{1}{4} \cdot 8\right)^3 = \left(\frac{8}{4}\right)^3 = 2^3 = 8$$

$$b) \left(\frac{5}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{10}\right)^3 = \left(\frac{5}{3} \cdot \frac{3}{10}\right)^3 = \left(\frac{15}{30}\right)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

$$c) 5^3 : \left(\frac{5}{4}\right)^3 = \left(5 : \frac{5}{4}\right)^3 = \left(\frac{20}{5}\right)^3 = 4^3 = 64$$

$$d) \left(\frac{1}{6}\right)^2 : \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{1}{6} : \frac{1}{3}\right)^2 = \left(\frac{3}{6}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

3 Copia y completa, reduciendo a una sola potencia.

a) $x^3 \cdot x^2 = x^{\square + \square} = x^{\square}$

c) $\left(\frac{x}{y}\right)^2 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^4 = \left(\frac{x}{y}\right)^{\square + \square} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^{\square}$

e) $\left(\frac{1}{a}\right)^7 : \left(\frac{1}{a}\right)^4 = \left(\frac{1}{a}\right)^{\square - \square} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^3$

g) $(x^3)^2 = x^{\square \cdot \square} = x^{\square}$

i) $\left[\left(\frac{x}{y}\right)^2\right]^2 = \left(\frac{x}{y}\right)^{\square \cdot \square} = \left(\frac{x}{y}\right)^{\square}$

a) $x^3 \cdot x^2 = x^{3+2} = x^5$

c) $\left(\frac{x}{y}\right)^2 \cdot \left(\frac{x}{y}\right)^4 = \left(\frac{x}{y}\right)^{2+4} = \left(\frac{x}{y}\right)^6$

e) $\left(\frac{1}{a}\right)^7 : \left(\frac{1}{a}\right)^4 = \left(\frac{1}{a}\right)^{7-4} = \left(\frac{1}{a}\right)^3$

g) $(x^3)^2 = x^{3 \cdot 2} = x^6$

i) $\left[\left(\frac{x}{y}\right)^2\right]^2 = \left(\frac{x}{y}\right)^{2 \cdot 2} = \left(\frac{x}{y}\right)^4$

b) $\left(\frac{1}{a}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3 = \left(\frac{1}{a}\right)^{\square + \square} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^7$

d) $x^5 : x^2 = x^{\square - \square} = x^{\square}$

f) $\left(\frac{x}{y}\right)^6 : \left(\frac{x}{y}\right)^4 = \left(\frac{x}{y}\right)^{\square - \square} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^{\square}$

h) $\left[\left(\frac{1}{a}\right)^4\right]^3 = \left(\frac{1}{a}\right)^{\square \cdot \square} = \left(\frac{1}{a}\right)^{\square}$

b) $\left(\frac{1}{a}\right)^4 \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3 = \left(\frac{1}{a}\right)^{4+3} = \left(\frac{1}{a}\right)^7$

d) $x^5 : x^2 = x^{5-2} = x^3$

f) $\left(\frac{x}{y}\right)^6 : \left(\frac{x}{y}\right)^4 = \left(\frac{x}{y}\right)^{6-4} = \left(\frac{x}{y}\right)^2$

h) $\left[\left(\frac{1}{a}\right)^4\right]^3 = \left(\frac{1}{a}\right)^{4 \cdot 3} = \left(\frac{1}{a}\right)^{12}$

Página 82

Para fijar ideas

4 Calcula en tu cuaderno.

a) $8^0 = \square$

b) $(-8)^0 = \square$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^0 = \square$

d) $\left(-\frac{1}{3}\right)^0 = \square$

e) $\left(\frac{3}{4}\right)^0 = \square$

a) $8^0 = 1$

b) $(-8)^0 = 1$

c) $\left(\frac{1}{3}\right)^0 = 1$

d) $\left(-\frac{1}{3}\right)^0 = 1$

e) $\left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1$

5 Expresa en forma de fracción.

a) $(2)^{-1} = \frac{1}{\square}$

b) $(3)^{-1} = \frac{\square}{\square}$

c) $(-2)^{-1} = \frac{\square}{-2}$

d) $(4)^{-1} = \frac{\square}{\square}$

e) $(10)^{-1} = \frac{\square}{\square}$

a) $(2)^{-1} = \frac{1}{2}$

b) $(3)^{-1} = \frac{1}{3}$

c) $(-2)^{-1} = \frac{1}{-2}$

d) $(4)^{-1} = \frac{1}{4}$

e) $(10)^{-1} = \frac{1}{10}$

6 Expresa en forma de potencia de exponente positivo.

a) $(5)^{-2} = \left(\frac{1}{\square}\right)^2$ b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = \square^3$ c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{\square}{2}$
d) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{\square}\right)^2$ e) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-4} = \left(\frac{\square}{\square}\right)^\square$
a) $(5)^{-2} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$ b) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3$ c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{3}{2}$
d) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2$ e) $\left(\frac{3}{4}\right)^{-4} = \left(\frac{4}{3}\right)^4$

Página 83

Para practicar

1 Escribe la descomposición polinómica de:

a) **72,605** b) **0,63842**
c) **658,32** d) **18,0486**
a) $72,605 = 7 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 + 6 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-3}$
b) $0,63842 = 6 \cdot 10^{-1} + 3 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-4} + 2 \cdot 10^{-5}$
c) $658,32 = 6 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 + 3 \cdot 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-2}$
d) $18,0486 = 1 \cdot 10^1 + 8 \cdot 10^0 + 4 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-3} + 6 \cdot 10^{-4}$

2 Escribe con todas sus cifras el siguiente dato:

La masa de un átomo de plata es $1,79 \cdot 10^{-22}$ gramos.

¿Qué forma es más práctica, la abreviada o la extendida?

Masa de un átomo de plata: $1,79 \cdot 10^{-22} = 0, \underbrace{000000000000000000000000}_{21 \text{ ceros}} 179$

Sin duda, la forma abreviada es más práctica.

3 Expresa con todas sus cifras.

a) $0,5 \cdot 10^6$ b) $1,34 \cdot 10^7$
c) $3,08 \cdot 10^{-5}$ d) $1,26 \cdot 10^{-8}$
a) $0,5 \cdot 10^6 = 500\,000$ b) $1,34 \cdot 10^7 = 13\,400\,000$
c) $3,08 \cdot 10^{-5} = 0,0000308$ d) $1,26 \cdot 10^{-8} = 0,000000126$

4 Expresa en notación científica.

a) **Un año luz equivale a 9 460 800 000 000 km.**
b) **El radio de un átomo de oxígeno mide 0,000000066 mm.**
a) $1 \text{ año luz} = 9\,460\,800\,000\,000 \text{ km} = 94\,608 \cdot 10^8 \text{ km} \approx 9,5 \cdot 10^{12} \text{ km}$
b) $r_{\text{átomo O}} = 0,000000066 \text{ mm} = 6,6 \cdot 10^{-8} \text{ mm}$

EJERCICIOS Y PROBLEMAS

Página 84

¿DOMINAS LO BÁSICO?

Suma y resta de fracciones

1  Calcula mentalmente.

a) $1 - \frac{1}{2}$

b) $1 - \frac{1}{4}$

c) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$

d) $1 - \frac{1}{8}$

e) $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$

f) $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

g) $1 - \frac{1}{10}$

h) $\frac{1}{5} - \frac{1}{10}$

i) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10}$

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{3}{4}$

c) $\frac{3}{4}$

d) $\frac{7}{8}$

e) $\frac{3}{8}$

f) $\frac{1}{8}$

g) $\frac{9}{10}$

h) $\frac{1}{10}$

i) $\frac{3}{10}$

2  Calcula y simplifica.

a) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{10}$

b) $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{2}{15}$

c) $\frac{1}{6} - \frac{5}{9} + \frac{1}{2}$

d) $\frac{4}{3} - 2 + \frac{3}{2} - \frac{5}{6}$

a) $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

c) $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$

d) $\frac{0}{6} = 0$

3  Opera y simplifica los resultados. ¿Qué observas?

a) $2 - \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$

b) $2 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{2}\right)$

c) $\frac{3}{5} - \frac{1}{4} - \frac{1}{10}$

d) $\frac{3}{5} - \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{10}\right)$

e) $\frac{3}{4} - \frac{2}{5} - \frac{3}{10}$

f) $\frac{3}{4} - \left(\frac{2}{5} - \frac{3}{10}\right)$

a) $\frac{12 - 4 + 3}{6} = \frac{11}{6}$

b) $2 - \left(\frac{4+3}{6}\right) = 2 - \frac{7}{6} = \frac{12-7}{6} = \frac{5}{6}$

c) $\frac{12 - 5 - 2}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$

d) $\frac{3}{5} - \left(\frac{5-2}{20}\right) = \frac{3}{5} - \frac{3}{20} = \frac{12-3}{20} = \frac{9}{20}$

e) $\frac{15 - 8 - 6}{20} = \frac{1}{20}$

f) $\frac{3}{4} - \left(\frac{4-3}{10}\right) = \frac{3}{4} - \frac{1}{10} = \frac{15-2}{20} = \frac{13}{20}$

Que, si añadimos un paréntesis a la operación, el resultado varía.

4  Opera.

a) $2 - \left(1 + \frac{3}{5}\right)$

b) $\left(1 - \frac{3}{4}\right) - \left(2 - \frac{5}{4}\right)$

c) $\left(\frac{5}{7} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{3}{7} - \frac{2}{3}\right)$

d) $\left(3 - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{5}\right) + \left(\frac{1}{10} - \frac{7}{20}\right)$

a) $2 - \frac{8}{5} = \frac{10-8}{5} = \frac{2}{5}$

b) $\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2}$

c) $\frac{8}{21} + \frac{5}{21} = \frac{13}{21}$

d) $\frac{8}{3} - \frac{3}{20} + \frac{-5}{20} = \frac{160-9-15}{60} = \frac{34}{15}$

Multiplicación y división de fracciones

5  Calcula y simplifica.

a) $\frac{3}{7} \cdot 14$

b) $\frac{2}{5} : 4$

c) $\frac{7}{2} \cdot \frac{4}{(-7)}$

d) $\frac{3}{11} : \frac{(-5)}{11}$

e) $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{20}$

f) $\frac{4}{15} : \frac{2}{5}$

g) $\frac{6}{35} \cdot \frac{(-77)}{36}$

h) $\frac{(-48)}{55} : \frac{12}{11}$

i) $\frac{-3}{8} \cdot \frac{28}{(-9)}$

a) $\frac{42}{7} = 6$

b) $\frac{2}{20} = \frac{1}{10}$

c) $\frac{18}{-14} = -2$

d) $\frac{-33}{55} = \frac{3}{5}$

e) $\frac{18}{60} = \frac{3}{10}$

f) $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

g) $\frac{-462}{1260} = \frac{-11}{30}$

h) $\frac{-528}{660} = \frac{-4}{5}$

i) $\frac{7}{6}$

6  Calcula mentalmente y por escrito.

a) El triple de un tercio.

b) La mitad de un cuarto.

c) Los tres quintos de 5.

d) La cuarta parte de un tercio.

a) $3 \cdot \frac{1}{3} = 1$

b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{8}$

c) $\frac{3}{5}$ de 5 = 3

d) $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

Potencias y fracciones

7 Calcula.

a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$ b) $\left(\frac{1}{3}\right)^2$ c) $\left(\frac{1}{5}\right)^4$ d) $\left(\frac{1}{10}\right)^6$

a) $\frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8}$ b) $\frac{1^2}{3^2} = \frac{1}{9}$

c) $\frac{1^4}{5^4} = \frac{1}{625}$ d) $\frac{1^6}{10^6} = \frac{1}{1000000}$

8 Calcula, como en el ejemplo, por el camino más corto.

• $\frac{15^4}{5^4} = \left(\frac{15}{5}\right)^4 = 3^4 = 81$

a) $\frac{12^3}{4^3}$

b) $\frac{8^5}{4^5}$

c) $\frac{5^4}{10^4}$

d) $5^2 \cdot \left(\frac{1}{15}\right)^2$

e) $(-4)^3 \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^3$

f) $10^2 \cdot \left(-\frac{1}{15}\right)^2$

a) $\left(\frac{12}{4}\right)^3 = 3^3 = 27$

b) $\left(\frac{8}{4}\right)^5 = 2^5 = 32$

c) $\left(\frac{5}{10}\right)^4 = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$

d) $\left(\frac{5}{15}\right)^2 = \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{9}$

e) $-\left(\frac{4 \cdot 3}{4}\right)^3 = -3^3 = -27$

f) $\left(-\frac{10}{15}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

9 Simplifica.

a) $x^3 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^5$

b) $x^3 \cdot \left(\frac{1}{x}\right)^5$

c) $\left(\frac{a}{b}\right)^4 \cdot b^4$

d) $\left(\frac{a}{b}\right)^3 : a^3$

e) $(a^2)^3 \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^7$

f) $\left(\frac{1}{a^2}\right)^3 : \left(\frac{1}{a^3}\right)^3$

a) $\frac{x^3}{x^5} = x^{-2}$

b) $x^3 \cdot x^5 = x^8$

c) $\frac{a^4 \cdot b^4}{b^4} = a^4$

d) $\frac{a^3}{b^3 \cdot a^3} = b^{-3}$

e) $\frac{a^6}{a^7} = a^{-1}$

f) $\frac{1}{a^6} : \frac{1}{a^9} = \frac{a^9}{a^6} = a^3$

10 Reduce a una potencia única.

a) $a^5 \cdot a^2$

b) $a \cdot a^2 \cdot a^3$

c) $x^5 \cdot x^{-3}$

d) $x^{-2} \cdot x^5$

e) $a^5 : a^4$

f) $a^2 : a^5$

g) $\frac{x^4}{x^5}$

h) $\frac{x^{-2}}{x^{-3}}$

a) a^7

b) a^6

c) x^2

d) x^3

e) a

f) a^{-3}

g) x^{-1}

h) x

11 Calcula.

a) 2^0

b) 10^0

c) $\left(\frac{1}{5}\right)^0$

d) $\left(\frac{3}{7}\right)^0$

a) $2^0 = 1$

b) $10^0 = 1$

c) $\left(\frac{1}{5}\right)^0 = 1$

d) $\left(\frac{3}{7}\right)^0 = 1$

12  Escribe con todas sus cifras estas cantidades:

a) $261 \cdot 10^9$

b) $15,4 \cdot 10^8$

c) $3,28 \cdot 10^{11}$

d) $124 \cdot 10^{-7}$

e) $37,8 \cdot 10^{-7}$

f) $1,78 \cdot 10^{-10}$

a) $261 \cdot 10^9 = 261\,000\,000\,000$

b) $15,4 \cdot 10^8 = 1\,540\,000\,000$

c) $3,28 \cdot 10^{11} = 328\,000\,000\,000$

d) $124 \cdot 10^{-7} = 0,0000124$

e) $37,8 \cdot 10^{-7} = 0,00000378$

f) $1,78 \cdot 10^{-10} = 0,000000000178$

13  Expresa en notación científica, igual que en los ejemplos.

• $5\,360\,000\,000 = 5,36 \cdot 10^9$

• $0,0000004384 = 4,384 \cdot 10^{-7}$

a) $8\,420\,000$

b) $61\,500\,000\,000$

c) $0,0000074$

d) $0,000000128$

a) $8\,420\,000 = 8,42 \cdot 10^6$

b) $61\,500\,000\,000 = 6,15 \cdot 10^{10}$

c) $0,0000074 = 7,4 \cdot 10^{-6}$

d) $0,000000128 = 1,28 \cdot 10^{-7}$

Página 85

ENTRÉNATE Y PRACTICA

14  Calcula y simplifica.

a) $\frac{11}{36} - \frac{5}{12} + \frac{4}{9} - \frac{7}{24}$

b) $\frac{17}{40} - \frac{11}{30} + \frac{13}{20} - \frac{9}{8}$

c) $\frac{21}{44} - \frac{31}{66} - \frac{13}{22} + \frac{11}{12}$

d) $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} - \frac{4}{27} - \frac{2}{15}$

a) $\frac{22 - 30 + 32 - 21}{72} = \frac{3}{72} = \frac{1}{24}$

b) $\frac{51 - 44 + 78 - 135}{120} = -\frac{50}{120} = -\frac{5}{12}$

c) $\frac{63 - 62 - 78 + 121}{132} = \frac{44}{132} = \frac{1}{3}$

d) $\frac{90 - 27 - 20 - 18}{135} = \frac{25}{135} = \frac{5}{27}$

15  Opera.

a) $\frac{7}{6} - \left[2 - \left(\frac{3}{2} - \frac{1}{3} \right) \right]$

b) $\left[3 - \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{6} \right) \right] - \left[2 - \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{8} \right) \right]$

c) $\left[\frac{4}{3} - \left(\frac{3}{8} - \frac{1}{6} \right) \right] - \left[\frac{2}{5} - \left(\frac{7}{8} - \frac{5}{6} \right) \right]$

d) $\frac{7}{12} - \left[\frac{13}{20} - \left(\frac{1}{5} + \frac{8}{15} \right) \right] - \left[\frac{17}{30} + \left(\frac{1}{2} - \frac{23}{30} \right) \right]$

a) $\frac{7}{6} - 2 + \frac{7}{6} = \frac{7 - 12 + 7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

b) $\left[3 - \frac{7}{12} \right] - \left[2 - \frac{7}{24} \right] = \frac{58 - 41}{24} = \frac{17}{24}$

c) $\left[\frac{4}{3} - \frac{5}{24} \right] - \left[\frac{2}{5} - \frac{1}{24} \right] = \frac{27}{24} - \frac{43}{120} = \frac{135 - 43}{120} = \frac{92}{120} = \frac{23}{30}$

d) $\frac{7}{12} - \left[\frac{13}{20} - \frac{11}{15} \right] - \left[\frac{17}{30} + \frac{-8}{30} \right] = \frac{7}{12} - \frac{-5}{60} - \frac{9}{30} = \frac{7}{12} + \frac{5}{60} - \frac{9}{30} = \frac{22}{60} = \frac{11}{30}$

16  Completa con fracciones irreducibles.

a) $\frac{\square}{\square} - \frac{7}{15} - \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{6}{7} - \frac{11}{21} + \frac{\square}{\square} = 1$

c) $\frac{5}{9} - \frac{\square}{\square} + \frac{5}{12} = \frac{3}{4}$

d) $2 - \frac{7}{24} = \frac{3}{8} + \frac{\square}{\square}$

a) $\frac{5}{6} - \frac{7}{15} - \frac{1}{5} = \frac{1}{6}$

b) $\frac{6}{7} - \frac{11}{21} + \frac{2}{3} = 1$

c) $\frac{5}{9} - \frac{2}{9} + \frac{5}{12} = \frac{3}{4}$

d) $2 - \frac{7}{24} = \frac{3}{8} + \frac{4}{3}$

17   ¿Verdadero o falso?

- a) Las fracciones negativas tienen opuesta pero no inversa.
 - b) Para una fracción, la opuesta de la inversa es igual que la inversa de la opuesta.
 - c) Todos los números racionales tienen opuesto y también inverso.
 - d) Si a es un número positivo, su opuesto es menor que su inverso.
- a) Falso
b) Verdadero
c) Falso, el 0 no tiene inverso.
d) Verdadero

18  Opera y reduce.

a) $\frac{5}{11} \cdot \left(3 \cdot \frac{22}{15}\right)$

b) $\frac{7}{2} : \left(5 : \frac{10}{21}\right)$

c) $\frac{8}{9} \cdot \left(\frac{15}{26} : \frac{20}{30}\right)$

d) $\left(\frac{7}{20} : \frac{14}{15}\right) \cdot \frac{4}{9}$

a) $\frac{330}{165} = 2$

b) $\frac{7}{2} : \frac{105}{10} = \frac{70}{210} = \frac{1}{3}$

c) $\frac{8}{9} \cdot \frac{450}{520} = \frac{3600}{4680} = \frac{10}{13}$

d) $\frac{105}{280} \cdot \frac{4}{9} = \frac{420}{2520} = \frac{1}{6}$

19  Completa con fracciones irreducibles.

a) $\frac{\square}{\square} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{6}{5} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{2}{9} : \frac{\square}{\square} = \frac{1}{3}$

d) $\frac{\square}{\square} : \frac{7}{12} = \frac{3}{7}$

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{2}$

b) $\frac{6}{5} \cdot \frac{5}{8} = \frac{3}{4}$

c) $\frac{2}{9} : \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$

d) $\frac{1}{4} : \frac{7}{12} = \frac{3}{7}$

20  Copia y completa como en el ejemplo.

 Multiplicar por $\frac{1}{2}$ es igual que dividir entre 2.

• $12 \cdot \frac{1}{2} = \frac{12}{1} \cdot \frac{1}{2} = \frac{12}{2} = 6 = 12 : 2$

a) Multiplicar por $\frac{1}{10}$ es igual que dividir entre...

b) Dividir entre $\frac{1}{10}$ es igual que multiplicar por...

c) Multiplicar por $\frac{2}{3}$ es igual que dividir entre...

d) Multiplicar por $\frac{1}{3}$ y dividir entre 5 es igual que dividir entre 3 y multiplicar por...

a) Multiplicar por $\frac{1}{10}$ es igual que dividir entre 10.

b) Dividir entre $\frac{1}{10}$ es igual que multiplicar por 10.

c) Multiplicar por $\frac{2}{3}$ es igual que dividir entre $\frac{3}{2}$.

d) Multiplicar por $\frac{1}{3}$ y dividir entre 5 es igual que dividir entre 3 y multiplicar por $\frac{1}{5}$.

21 $\frac{\frac{4}{9}}{\frac{2}{3}} =$

Ejercicio resuelto.

22  Calcula y reduce.

a) $\frac{1}{\frac{1}{6}}$

b) $\frac{6}{\frac{1}{5}}$

c) $\frac{\frac{1}{10}}{\frac{1}{5}}$

d) $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{4}{3}}$

a) $1 : \frac{1}{6} = 6$

b) $6 : \frac{1}{5} = 30$

c) $\frac{1}{10} : \frac{1}{5} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

d) $\frac{2}{5} : \frac{4}{3} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$

23  Reduce y calcula.

a) $\frac{6^4 \cdot 3^4}{9^4}$

b) $\frac{2^5 \cdot 3^5}{6^5}$

c) $\frac{3^3 \cdot 3^3}{12^3}$

d) $\frac{5^7 \cdot 4^7}{(-20)^7}$

e) $\frac{4^2 \cdot (-3)^2}{18^2}$

f) $\frac{(-6)^5 \cdot (-3)^5}{36^5}$

a) $\left(\frac{6 \cdot 3}{9}\right)^4 = 2^4 = 16$

b) $\left(\frac{2 \cdot 3}{6}\right)^5 = 1^5 = 1$

c) $\frac{3^3 \cdot 3^3}{4^3 \cdot 3^3} = \frac{27}{64}$

d) $\left(\frac{5 \cdot 4}{-20}\right)^7 = (-1)^7 = -1$

e) $\left(\frac{4 \cdot (-3)}{18}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

f) $\left(\frac{(-6) \cdot (-3)}{36}\right)^5 = \left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$

24  **Calcula.**

- | | |
|------------------------------------|--------------------------------------|
| a) 2^{-2} | b) $(-2)^{-2}$ |
| c) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$ | d) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-2}$ |
| e) 2^{-3} | f) $(-2)^{-3}$ |
| g) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$ | h) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3}$ |
| a) $\frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$ | b) $\frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$ |
| c) $2^2 = 4$ | d) $(-2)^2 = 4$ |
| e) $\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$ | f) $\frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$ |
| g) $2^3 = 8$ | h) $(-2)^3 = -8$ |

25  **Expresa sin usar potencias negativas.**

- | | | |
|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| a) x^{-2} | b) x^{-3} | c) x^{-4} |
| d) $\frac{1}{x^{-2}}$ | e) $\frac{1}{x^{-3}}$ | f) $\frac{1}{x^{-4}}$ |
| a) $\frac{1}{x^2}$ | b) $\frac{1}{x^3}$ | c) $\frac{1}{x^4}$ |
| d) x^2 | e) x^3 | f) x^4 |

26  **Reduce a una potencia única.**

- | | | | |
|------------------------------------|--------------------------------|--|--------------------------------------|
| a) $\frac{1}{a^{-2}} \cdot a^{-3}$ | b) $\frac{a^3 \cdot a^4}{a^5}$ | c) $\frac{a \cdot a^4}{a^3 \cdot a^5}$ | d) $\frac{x^2 \cdot x^{-4}}{x^{-3}}$ |
| a) a^{-1} | b) a^2 | c) a^{-3} | d) x |

INTERPRETA, DESCRIBE, EXPRÉSATE

27  Observa las resoluciones de Andrea y Ramiro.

En un partido de la liga de baloncesto, el equipo de casa ha marcado las dos quintas partes de los puntos en el primer cuarto, un tercio de los puntos en el segundo cuarto y una sexta parte en el tercero. ¿Cuántos puntos ha conseguido en el último cuarto si al final ha ganado por 90 a 87?

Solución de Andrea:

- $\frac{2}{5}$ de 90 = $(90 : 5) \cdot 2 = 36$
- $\frac{1}{3}$ de 90 = $90 : 3 = 30$
- $\frac{1}{6}$ de 90 = $90 : 6 = 15$
- $90 - (36 + 30 + 15) = 90 - 81 = 9$

Solución de Ramiro:

- $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{12+10+5}{30} = \frac{27}{30}$
- $\frac{30}{30} - \frac{27}{30} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$
- $\frac{1}{10}$ de 90 = $90 : 10 = 9$



Indica el significado de cada operación y el resultado obtenido en cada una.

Solución de Andrea:

- $\frac{2}{5}$ de 90 = 36 → Puntos del equipo en el primer cuarto.
- $\frac{1}{3}$ de 90 = 30 → Puntos del equipo en el segundo cuarto.
- $\frac{1}{6}$ de 90 = 15 → Puntos del equipo en el tercer cuarto.
- $90 - (36 + 30 + 15) = 9$ → Puntos del equipo en el último cuarto.

Solución de Ramiro:

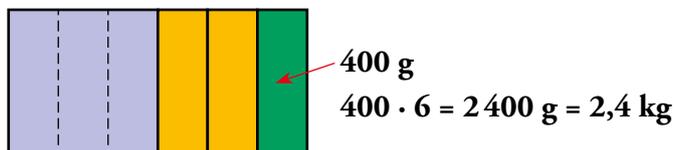
- $\frac{2}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{27}{30}$ → Fracción de los puntos conseguidos en los tres primeros cuartos.
- $\frac{30}{30} - \frac{27}{30} = \frac{1}{10}$ → Fracción de los puntos conseguidos en el último cuarto.
- $\frac{1}{9}$ de 90 = 9 → Puntos conseguidos en el último cuarto.

28  Resuelve estos problemas que, aunque parecen similares en el enunciado, son muy diferentes.

Problema 1

De una empanada se ha vendido primero la mitad y después la tercera parte. ¿Cuánto pesaba entera si el trozo restante es de 400 gramos?

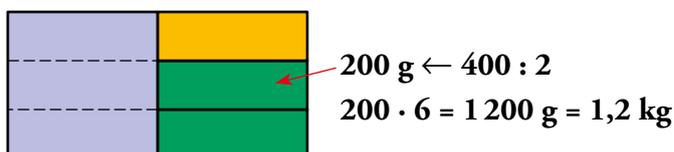
Resolución



Problema 2

De una empanada se ha vendido primero la mitad y después la tercera parte de lo que quedaba. ¿Cuánto pesaba entera si el trozo restante es de 400 gramos?

Resolución



Explica la diferencia entre ambos y describe numéricamente el proceso seguido en su resolución.

La diferencia entre ambos problemas está en la fracción de empanada que se vende en segundo lugar. En el primer problema, es la tercera parte del total, y en el segundo, la tercera parte de lo que quedaba. Es decir, la tercera parte de la mitad.

Problema 1

$$\text{Parte vendida} \rightarrow \frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{5}{6}$$

Queda $\frac{1}{6}$, que pesa 400 gramos.

$$\text{La empanada entera pesa } 6 \cdot 400 = 2\,400 \text{ g} = 2,4 \text{ kg}$$

Problema 2

Primero se vende $\frac{1}{2}$ y queda $\frac{1}{2}$.

$$\text{Después, se vende } \frac{1}{3} \text{ de } \frac{1}{2} \rightarrow \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$

En total se ha vendido $\rightarrow \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$, y quedan $\frac{2}{6}$.

$$\text{Dos sextos de la empanada pesan } 400 \text{ g, un sexto pesa } 200 \text{ g y toda la empanada } 200 \cdot 6 = 1\,200 \text{ kg} = 1,2 \text{ kg}$$

RESUELVE PROBLEMAS SENCILLOS

- 29**  Un pilón de riego con una capacidad de $2\,800\text{ m}^3$ guarda en este momento $1\,600\text{ m}^3$ de agua. ¿Qué fracción del pilón falta por completar?

La cantidad, en m^3 , que falta por completar es $2\,800 - 1\,600 = 1\,200$, que representa una fracción de $\frac{1\,200}{2\,800} = \frac{3}{7}$ del total.

- 30**  Un virus informático ha infectado las tres décimas partes de los 880 ordenadores de una empresa consultora. ¿Cuántos ordenadores se han librado del virus?

El virus ha afectado a $\frac{3}{10}$ partes del total. \rightarrow Se han librado del virus $\frac{7}{10}$ partes.

$$\frac{7}{10} \text{ de } 800 = \frac{7}{10} \cdot 800 = 616$$

Se han librado del virus 616 ordenadores.

- 31**  Por tres cuartos de kilo de cerezas hemos pagado 1,80 €. ¿A cómo sale el kilo?

$$\frac{3}{4} \rightarrow 1,80\text{ €}$$

$$\frac{1}{4} \rightarrow 1,80 : 3 = 0,60\text{ €}$$

$$1 \text{ kilo} = \frac{4}{4} \rightarrow 0,60 \cdot 4 = 2,40\text{ €}$$

Un kilo se vende por 2,40 €.

- 32**  Por cuarto y mitad de jamón de York hemos pagado 4,50 €. ¿Cuánto habríamos pagado por tres cuartos de kilo?

Cuarto y mitad se refiere a cuarto y mitad de cuarto, es decir, un cuarto y un octavo:

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8} \rightarrow 4,50\text{ €}$$

$$\frac{3}{4} = \frac{6}{8} \rightarrow 4,50\text{ €} \cdot 2 = 9\text{ €}$$

Habríamos pagado el doble: 9 €.

- 33**  En un huerto de frutales, las cuatro quintas partes de los árboles son manzanos, y el resto, melocotoneros. Los melocotoneros son 35. ¿Cuántos son los manzanos?

Como $\frac{4}{5}$ son manzanos, $\frac{1}{5}$ son melocotoneros.

$$\text{Hay } 35 \text{ melocotoneros} \rightarrow 35 \cdot 4 = 140$$

Hay 140 manzanos.

- 34**  Un pilón de riego está lleno en sus cuatro séptimas partes y contiene $1\,600\text{ m}^3$ de agua. ¿Cuántos metros cúbicos caben en el pilón?

$$\frac{4}{7} \rightarrow 1\,600\text{ m}^3$$

$$\frac{1}{7} \rightarrow 1\,600 : 4 = 400\text{ m}^3$$

$$\frac{7}{7} \rightarrow 400 \cdot 7 = 2\,800\text{ m}^3$$

La capacidad del pilón es de $2\,800\text{ m}^3$.

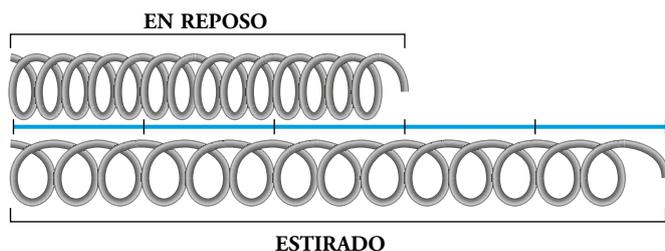
- 35**  **Cinco de cada ocho de los mantecados que contenía una caja ya se han consumido y aún quedan 15. ¿Cuántas unidades contenía la caja completa?**

Como se han consumido $\frac{5}{8}$, quedan $\frac{3}{8}$, que son 15 mantecados.

Por tanto, $\frac{1}{8}$ de la caja son $15 : 3 = 5$ mantecados.

La caja contenía $5 \cdot 8 = 40$ mantecados.

- 36**  **El muelle de un resorte alcanza, estirado, $\frac{5}{3}$ de su longitud inicial. Si estirado mide 4,5 cm, ¿cuánto mide en reposo?**



$\frac{5}{3}$ de la longitud son 4,5 cm $\rightarrow \frac{1}{3}$ es $\frac{4,5}{5} = 0,9$ cm.

En total, $\frac{3}{3}$, es $3 \cdot 0,9 = 2,7$ cm.

En resorte en reposo mide 2,7 cm.

- 37**  **Sara avanza 4 metros en 5 pasos. ¿Qué fracción de metro avanza en cada paso? ¿Y en 100 pasos?**

En cada paso avanza $\frac{4}{5}$ de metro. En 100 pasos avanza 80 metros.

- 38**  **Un frasco de perfume tiene una capacidad de $\frac{1}{20}$ de litro. ¿Cuántos frascos se pueden llenar con un bidón que contiene tres litros y medio?**

$3,5 \text{ L} = \left(3 + \frac{1}{2}\right) \text{ L} = \frac{7}{2} \text{ L}$ en el bidón.

Se pueden llenar $\frac{7}{2} : \frac{1}{20} = 70 \rightarrow 70$ frascos.

- 39**   **Meta 6.3. Una planta potabilizadora trata tres metros cúbicos de agua en cinco horas. ¿Cuántos metros cúbicos de agua trata en hora y cuarto?**

En una hora tratará $3 : 5 = \frac{3}{5}$.

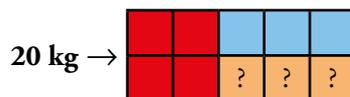
En una hora y cuarto, que es $1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$ h, tratará $\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{4} \text{ m}^3$.

Página 87

- 40**  **¿Cuántos litros de zumo se necesitan para llenar 200 botellas de $\frac{3}{8}$ de litro cada una?**

Se necesitan $200 \cdot \frac{3}{8} = 75 \rightarrow 75$ litros.

- 41**  Un decorador ha hecho una mezcla de 20 kilos de pintura que lleva dos quintas partes de rojo, tres décimas partes de azul y el resto de naranja. ¿Cuántos kilos de pintura amarilla llevará la mezcla?



$$\frac{2}{5} + \frac{3}{10} = \frac{7}{10} \quad \frac{10}{10} - \frac{7}{10} = \frac{3}{10}$$

La mezcla llevará $\frac{3}{10}$ de 20 = 6 kilos de pintura amarilla.

- 42**  Una empresa de transportes trabaja con camiones de largo recorrido, furgonetas de reparto y motos de mensajería. De cada doce vehículos, siete son furgonetas y tres motos.

a) ¿Qué fracción de los vehículos suponen los camiones?

b) Si los camiones son ocho, ¿cuántos vehículos tiene la empresa en total?

a) Furgonetas → $\frac{7}{12}$

Motos → $\frac{3}{12}$

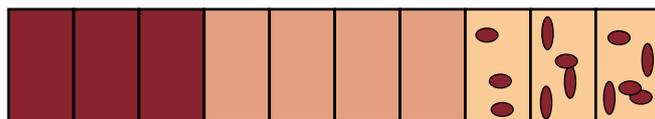
Camiones → $\frac{12}{12} - \left(\frac{7}{12} + \frac{3}{12}\right) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

Los camiones suponen $\frac{1}{6}$ de los vehículos.

b) $8 \cdot 6 = 48$

La empresa tiene en total 48 vehículos.

- 43**  En el expositor de chocolate del supermercado, $\frac{3}{10}$ de las tabletas son de chocolate negro, $\frac{2}{5}$ de chocolate con leche y el resto de chocolate con almendras. ¿Cuántas tabletas contiene el expositor si las de almendra son 12?



12 tabletas de almendras son $\frac{3}{10}$ del total → $\frac{1}{10}$ son $12 : 3 = 4$ tabletas.

El expositor contiene $4 \cdot 10 = 40$ tabletas.

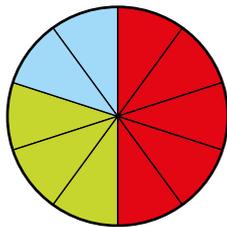
- 44**  Un pastor tiene la tercera parte de sus ovejas en el prado de la montaña, la cuarta parte, en el aprisco próximo al pueblo, y las 50 restantes, en la nave de su granja. ¿Cuántas ovejas tiene en total?

Ovejas en el prado y ovejas en el aprisco: $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$ → Los $\frac{5}{12}$ restantes son 50 ovejas. →

→ Los $\frac{1}{12}$ restantes son $50 : 5 = 10$ ovejas

Tiene en total $10 \cdot 12 = 120$ ovejas.

- 45**  En una bolsa hay bolas rojas (R), verdes (V) y azules (Az). La mitad son rojas, las verdes igualan a los tres quintos de las rojas y las azules son 14. ¿Cuántas hay en total?



$$R \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{5}{10}$$

$$V \rightarrow \frac{3}{5} \text{ de } \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$$

$$Az \rightarrow \frac{10}{10} - \frac{8}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$$

$\frac{1}{5}$ son 14 bolas $\rightarrow \frac{1}{5} \cdot 5$ son $14 \cdot 5 = 70$ bolas.

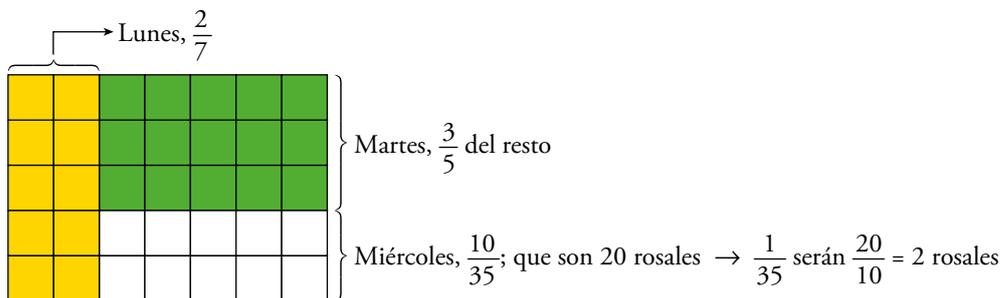
En total hay 70 bolas.

- 46**  Una de cada cuatro personas residentes en un pueblo tiene más de 60 años y, de ellos, dos de cada cinco superan los 80. ¿Qué fracción de los habitantes supera los 80 años?

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$$

Una décima parte de los habitantes supera los 80 años son.

- 47**  Un jardinero poda el lunes $\frac{2}{7}$ de sus rosales, el martes $\frac{3}{5}$ del resto y el miércoles finaliza el trabajo podando los 20 que faltaban. ¿Cuántos rosales tiene en total en el jardín?

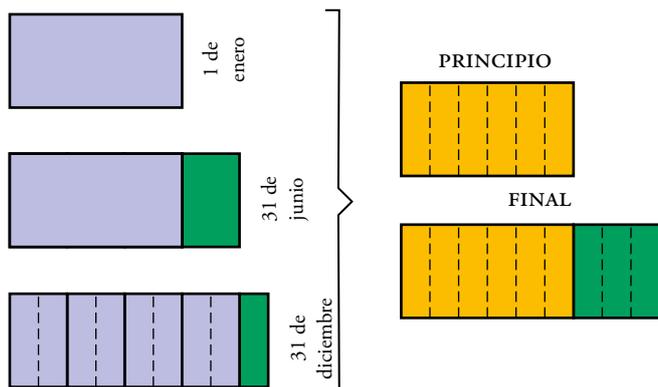


El jardín tiene $35 \cdot 2 = 70$ rosales.

PARA PENSAR UN POCO MÁS

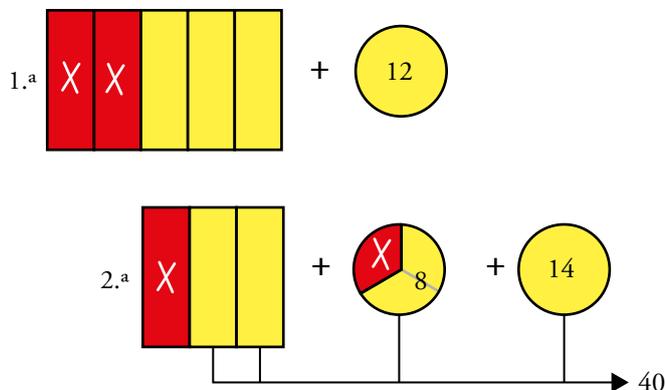
- 48**  Cierta revista ha aumentado en $\frac{1}{3}$ el número de suscriptores durante el primer semestre del año y en $\frac{1}{8}$ del resultado anterior, durante el segundo semestre. ¿Cuál ha sido el aumento a lo largo del año?

 Apóyate en un esquema.



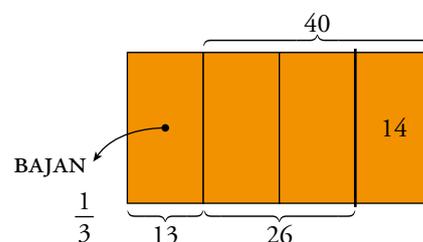
Al final del año tiene $\frac{3}{2}$ de los suscriptores que tenía al principio. Por tanto, ha aumentado en $\frac{1}{2}$.

- 49**  Un autobús cubre el recorrido entre dos ciudades, con dos paradas intermedias. Hoy, en la primera parada, ha dejado dos quintas partes de los viajeros y han subido 12. En la segunda parada, ha dejado la tercera parte de los que llevaba en ese momento, y han subido 14. Finalmente, llega a su destino con 40 ocupantes. ¿Con cuántos viajeros salió del origen?



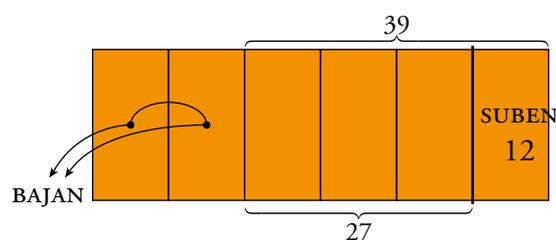
SEGUNDA PARADA

- Salió de ella con 40 viajeros.
- Antes de subir en esta parada los 14 viajeros, había 26. Y se habían bajado $\frac{1}{3}$ de ellos. Llegó, por tanto, a la segunda parada, con 39 viajeros.



PRIMERA PARADA

- Salió con 39 viajeros.
 - Antes de subir los 12, había 27, que son $\frac{3}{5}$ del número de viajeros con los que llegó el autobús.
 - Llegó con $(27 : 3) \cdot 5 = 45$
- El autobús salió del origen con 45 viajeros.



- 50**  En un hotel, el lunes se marcharon dos terceras partes de los clientes y se registraron 20 nuevos ingresos. Y el martes se marcharon las tres cuartas partes, registrándose 7 ingresos. Así, el martes durmieron en el hotel 48 clientes. ¿Cuántos pernoctaron el domingo?

MARTES

- Durmieron en el hotel 48 clientes.
- Llegaron 7 nuevos, por lo que antes había 41.
- Se habían ido $\frac{3}{4}$ por lo que había $41 \cdot 4 = 164$ clientes.

LUNES

- Durmieron 164 clientes.
- Llegaron 20 nuevos, por lo que antes había 144.
- Se habían ido $\frac{2}{3}$ por lo que había $144 \cdot 3 = 432$.

El domingo pernoctaron 432 clientes.

TALLER DE MATEMÁTICAS

Página 88

LEE, COMPRENDE E INTERPRETA

La utilidad de hacer esquemas

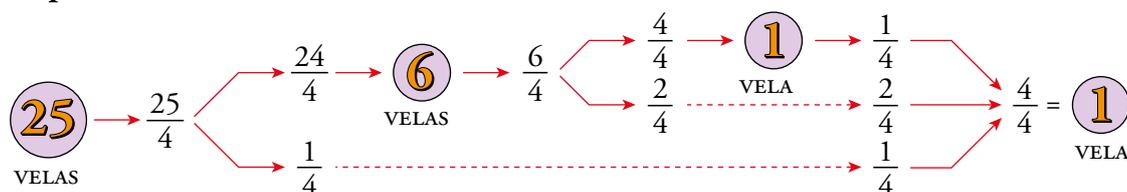
En la resolución de algunos problemas es de gran utilidad la elaboración de esquemas para ordenar y visualizar globalmente los datos, para organizar las ideas y para facilitar la exposición del proceso y de la solución.

- Analiza e interpreta el esquema que explica el siguiente problema:

Problema

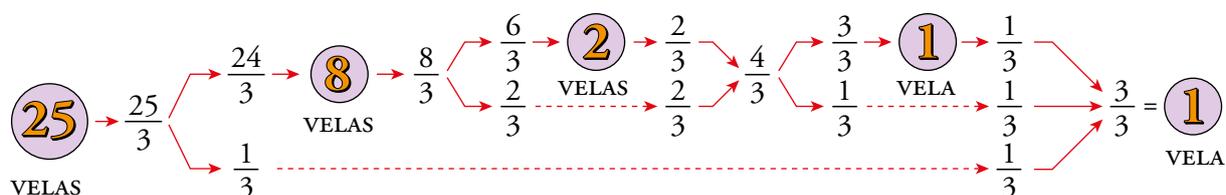
Una vela alumbró mientras se consumen tres cuartas partes de su longitud. Pero el cabo sobrante no se desaprovecha: con cuatro cabos, hacemos una vela nueva. Si cada vela dura «una velada», ¿cuántas veladas podemos alumbrar con un paquete de 25 velas?

Esquema

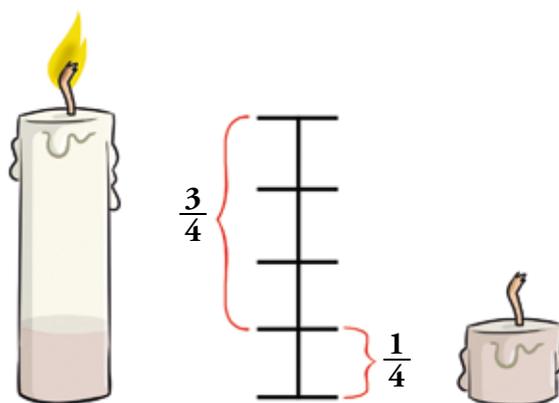


Solución: $25 + 6 + 1 + 1 = 33$ velas \rightarrow Podemos alumbrar 33 veladas.

- Construye un esquema similar para el problema anterior, suponiendo que de cada vela se consumen solamente sus $\frac{2}{3}$.

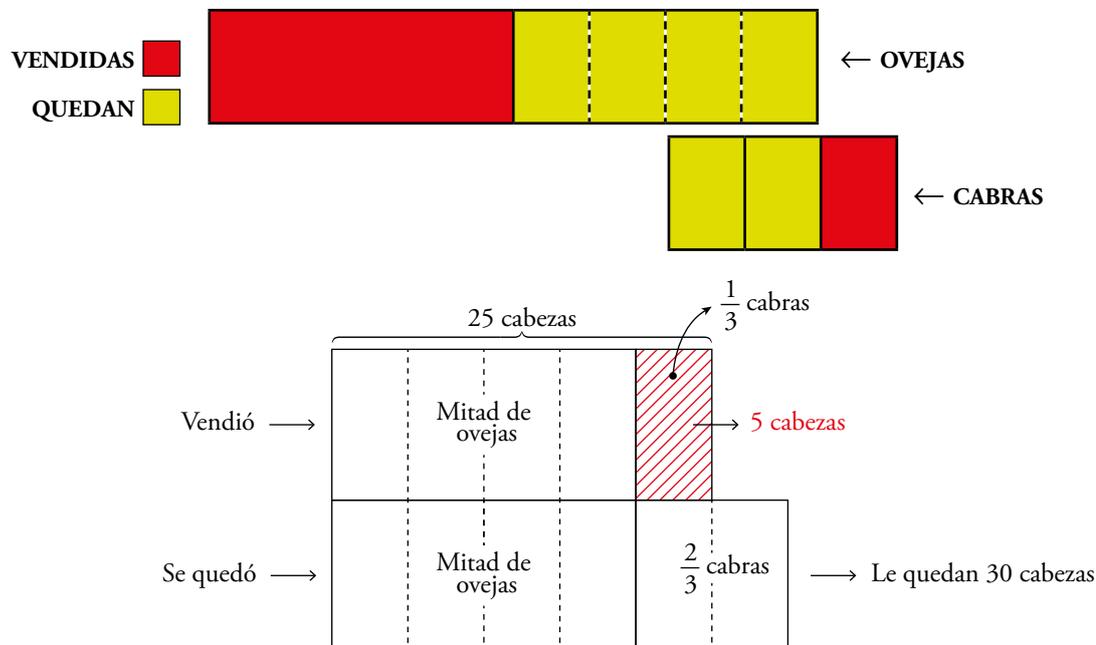


$25 + 8 + 2 + 1 + 1 = 37$ velas \rightarrow 37 veladas



ÉCHALE INGENIO

En un rebaño hay ovejas y cabras. El pastor vende la mitad de las ovejas y la tercera parte de las cabras y, aun así, las primeras doblan a las segundas. ¿Cuántas cabezas le quedan sabiendo que ha vendido 25?

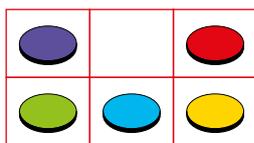


Le quedan 30 cabezas.

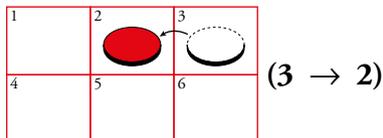
Un juego solitario

Intercambia la ficha amarilla y la ficha roja con el mínimo número de movimientos.

Explica cómo hacerlo.



Para explicar la solución, inventa un código. Por ejemplo:



(3 → 2): Significa que la ficha que ocupa la casilla n.º 3, pasa a la n.º 2.

Siguiendo el código que se da en el ejemplo.

3 → 2	2 → 1	3 → 2	2 → 1	3 → 2
6 → 3	3 → 2	6 → 3	5 → 2	6 → 3
5 → 6	6 → 3	5 → 6	4 → 5	5 → 6
4 → 5	5 → 6	4 → 5	1 → 4	
1 → 4	2 → 5	1 → 4	2 → 1	

AUTOEVALUACIÓN

1 Calcula.

a) $\frac{3}{14} + \frac{5}{21}$

c) $\frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{9}$

a) $\frac{19}{42}$

c) $\frac{12}{18} + \frac{3}{18} - \frac{2}{18} = \frac{13}{18}$

b) $\frac{11}{15} - \frac{7}{30}$

d) $\frac{5}{9} - \frac{7}{12} + \frac{11}{18}$

b) $\frac{1}{2}$

d) $\frac{20}{36} - \frac{21}{36} + \frac{22}{36} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$

2 Opera.

a) $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{6}$

b) $\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$

c) $\frac{2}{3} \cdot 6$

d) $\frac{2}{3} : 4$

a) $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$

b) $\frac{12}{3} = 4$

c) $\frac{12}{3} = 4$

d) $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$

3 Resuelve.

a) $\frac{2}{\frac{1}{3}}$

b) $\frac{10}{\frac{3}{6}}$

c) $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{4}}$

d) $\frac{\frac{1}{3} \cdot 5}{\frac{1}{6} \cdot 10}$

a) $\frac{2}{\frac{1}{3}} = 2 : \frac{1}{3} = 6$

b) $\frac{10}{\frac{3}{6}} = \frac{10}{3} : 6 = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$

c) $\frac{\frac{2}{5}}{\frac{2}{4}} = \frac{2}{5} : \frac{2}{4} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$

d) $\frac{\frac{1}{3} \cdot 5}{\frac{1}{6} \cdot 10} = \frac{\frac{5}{3}}{\frac{10}{6}} = \frac{5}{3} : \frac{10}{6} = \frac{30}{30} = 1$

4 Resuelve.

a) 2^3

b) 2^{-3}

c) 2^0

d) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

e) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

f) $\left(\frac{1}{2}\right)^0$

a) 8

b) $\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

c) 1

d) $\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

e) $\frac{1}{2^{-3}} = 2^3 = 8$

f) 1

5 Resuelve.

a) $\frac{11}{12} - \left[1 - \left(\frac{1}{6} - \frac{3}{4}\right)\right]$

b) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(2 - \frac{2}{5}\right)$

a) $\frac{11}{12} - \left[1 + \frac{7}{12}\right] = \frac{11}{12} - \frac{19}{12} = -\frac{8}{12} = -\frac{2}{3}$

b) $\frac{5}{6} \cdot \frac{8}{5} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$

6 Reduce.

a) $\left(\frac{a}{b}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{a}{b}\right)^3$

b) $\left(\frac{2}{x}\right)^2 : \left(\frac{x}{2}\right)^2$

c) $\left[\left(\frac{1}{y}\right)^2\right]^3$

a) $\frac{a}{b}$

b) $\left(\frac{2}{x}\right)^4$

c) $\left(\frac{1}{y}\right)^6$

7 Calcula.

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot 6^3$

b) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 : \left(\frac{3}{5}\right)^3$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot 6^{-3}$

d) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{3}{5}\right)^{-3}$

a) $\frac{2^3}{3^3} \cdot 2^3 \cdot 3^3 = 2^6 = 64$

b) $\frac{3^2}{5^2} \cdot \frac{5^3}{3^3} = \frac{5}{3}$

c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} \cdot 6^{-3} = \left(\frac{2 \cdot 6}{3}\right)^{-3} = (6^2)^{-3} = 2^{-6}$

d) $\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} : \left(\frac{3}{5}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{5}\right)^{-2-(-3)} = \frac{3}{5}$

8 Escribe la descomposición polinómica de estos números:

a) 1 238 600

b) 0,07586

c) 340,578

a) $1\,238\,600 = 1 \cdot 10^6 + 2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 8 \cdot 10^3 + 6 \cdot 10^2$

b) $0,07586 = 7 \cdot 10^{-2} + 5 \cdot 10^{-3} + 8 \cdot 10^{-4} + 6 \cdot 10^{-5}$

c) $340,578 = 3 \cdot 10^2 + 4 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2} + 8 \cdot 10^{-3}$

9 ¿Qué número se asocia a cada expresión?

a) $4 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 5 \cdot 10^{-1} + 7 \cdot 10^{-2}$

b) $8 \cdot 10^0 + 10^{-1} + 2 \cdot 10^{-3}$

a) 460,57

b) 8,102

10 Expresa en notación científica.

a) 24 700 000 000

b) 0,0000000238

a) $24\,700\,000\,000 = 2,47 \cdot 10^{10}$

b) $0,0000000238 = 2,38 \cdot 10^{-8}$

11 De un paquete de detergente de 5 kg se han consumido cuatro kilos y medio. ¿Qué fracción queda del contenido original?

Queda medio kilo del paquete original, ya que $5 - 4,5 = 0,5$. Es decir, quedan $\frac{1}{2}$ kilos.

$$\frac{1}{2} : 5 = \frac{1}{10}$$

Queda la décima parte del contenido original.

- 12** Un tarro de mermelada pesa lo mismo que $\frac{3}{4}$ de lo que pesa una caja de galletas, y una caja de galletas, lo mismo que $\frac{2}{3}$ de un tarro de miel.



¿Qué fracción del peso de un tarro de miel equivale al peso de un tarro de mermelada?

$$\left. \begin{array}{l} \text{Peso de 1 tarro de mermelada} = \text{Peso de } \frac{3}{4} \text{ caja de galletas} \\ \text{Peso de caja de galletas} = \text{Peso de } \frac{2}{3} \text{ de tarro de miel} \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \text{Peso de } \frac{3}{4} \text{ caja galletas} &= \text{Peso de } \frac{3}{4} \left(\frac{2}{3} \text{ de tarro de miel} \right) = \\ &= \text{Peso de } \frac{6}{12} \text{ de tarro de miel} = \text{Peso de } \frac{1}{2} \text{ de un tarro de miel.} \rightarrow \end{aligned}$$

$$\rightarrow \text{Peso de 1 tarro de mermelada} = \text{Peso de } \frac{1}{2} \text{ de un tarro de miel.}$$

La fracción buscada es $\frac{1}{2}$. Es decir, un tarro de mermelada pesa la mitad de un tarro de miel.

- 13** Un quiosco vendió por la mañana $\frac{1}{3}$ del total de diarios recibidos y por la tarde $\frac{2}{5}$ también del total. Si le quedan sin vender 20 periódicos, ¿cuántos había recibido?

$$\text{Vendió } \frac{1}{3} + \frac{2}{5} = \frac{11}{15}$$

$$\text{Quedan sin vender } 1 - \frac{11}{15} = \frac{4}{15}, \text{ que son 20 periódicos } \rightarrow \frac{1}{15} \text{ son } 20 : 4 = 5$$

Había recibido $15 \cdot 5 = 75$ periódicos.

- 14** Un señor sale de compras y gasta $\frac{1}{3}$ de su dinero en una americana y $\frac{2}{5}$ de lo que le quedaba en el mercado. Si aún tiene 30 euros, ¿con cuánto dinero salió de casa?

$$\text{Americana } \rightarrow \frac{1}{3}$$

$$\text{Quedan } \rightarrow \frac{2}{3} \left\{ \text{Mercado } \rightarrow \frac{2}{5} \text{ de } \frac{2}{3} = \frac{4}{15} \right.$$

$$\text{Le quedan } \rightarrow \frac{15}{15} - \left(\frac{1}{3} + \frac{4}{15} \right) = \frac{6}{15} = \frac{2}{5} \text{ que son 30 euros.}$$

Entonces $\frac{1}{5}$ son $30 : 2 = 15$ euros. Y salió de casa con $\frac{5}{5}$ que son $15 \cdot 5 = 75$ euros.

- 15** En una bolsa hay bolas blancas, negras y rojas. Las blancas suponen tres quintos del total y las rojas igualan a los dos tercios de las negras. ¿Qué fracción del total suponen las negras?

			R	R
			R	R
B	B	B	N	N
			N	N
			N	N

$$N = \frac{6}{25}$$

La fracción de bolas negras es $\frac{6}{25}$.